CRES

CONSORTIUM POUR LA RECHERCHE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE

Université Cheikh Anta Diop de Dakar
FACULTÉ DES SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION
Laboratoire d'Analyse des Politiques Publiques (LAPP)

SÉRIE DE DOCUMENTS DE RECHERCHE

ACCUMULATION DE CAPITAL HUMAIN, POLITIQUE FISCALE ET CROISSANCE ENDOGÈNE

Mbaye DIENE

2009 / 14

Consortium pour la Recherche Économique et Sociale
Rue de Kaolack x Rue F, Tour de l'Œuf – Point E - En face de la Piscine Olympique - Dakar
Tél. (221) 33 864 77 57 - Fax. (221) 33 864 77 58 - C.P : 12023 - BP 7988, Dakar-Médina
E-mail : cres@ucad.sn / cres_ucad@yahoo.fr - Site web : www.cres-senegal.org

Accumulation de capital humain, politique fiscale et croissance endogène

Mbaye DIÈNE
mbayedienesn@yahoo.fr

Résumé

Cette étude s'intéresse à un modèle de croissance endogène où les ménages offrent du travail qualifié et du travail non qualifié, payent des taxes sur leur capital et sur leurs revenus salariaux. La dynamique de croissance est assurée par l'accumulation du capital humain qui dépend étroitement des dépenses publiques d'éducation. Les effets des politiques fiscales sur la croissance à long terme et le bien-être sont analysés, tout en faisant ressortir l'importance des paramètres, tels que l'élasticité de substitution intertemporelle et l'élasticité de substitution entre le capital et le travail. L'analyse montre, en particulier, que plus cette dernière est élevée, plus le taux de taxation du revenu du capital qui maximise le taux de croissance optimal est faible. En spécifiant différentes valeurs pour les paramètres, des simulations numériques ont été effectuées pour évaluer les taux de taxation qui maximisent la croissance et le bien-être et réduisent fortement les inégalités.

Mots-clés : Croissance endogène ; Fiscalité ; Travail qualifié ; Travail non qualifié ; Dépenses d'éducation ; Indice d'inégalité de Theil.

Classification JEL : E62 ; H52

Abstract

We study an endogenous growth model where households provide skilled and unskilled labor, also pay capital and wage taxes. The growth dynamics is guaranteed by the accumulation of human capital, which depends on public spending in education. The effects of fiscal policies on the long-term growth rate and welfare are analyzed, by highlighting the importance of parameters such as the intertemporal elasticity of consumption and the elasticity of substitution between capital and labour. We show analytically that the more high this latter is, the more low is the growth maximising capital income tax rate. By numerical simulations we evaluate the optimal capital income tax rate which maximizes growth and welfare and strongly reduce inequality.

Key words : Endogenous growth ; Tax ; Skilled labor, Unskilled labor ; Public spending, Theil Inequality index.

JEL Classification : E62 ; H52

Introduction

Les théories de la croissance endogène viennent en appoint aux modèles de croissance exogène en proposant des solutions à des problèmes que ne résolvent pas ces derniers. Dans les modèles néoclassiques, le caractère exogène du taux de croissance économique ne permet pas de mesurer les effets de la taxation sur la croissance. Les travaux sur la croissance endogène, qui se sont rapidement enrichis, dans la lignée des articles fondateurs de Romer (1986) et Lucas (1988), ont permis de saisir cet aspect fondamental des phénomènes économiques. La réflexion sur les mécanismes par lesquels les taux de taxation affectent l'économie a commencé depuis longtemps, et les développements récents ont mis en évidence le rôle important joué par la taxation sur le taux de croissance de long terme. Ce taux est déterminé par des sources de croissance comme la recherche développement et, surtout, l'investissement dans le capital humain. Parmi les travaux sur ces sources, on peut citer ceux de Lucas (1988), Stokey (1991), Romer (1990), Grossman et Helpman (1991), Segerstrom, Anant et Dinopoulous (1990), Segerstrom (1991), Aghion et Howitt (1992).

Le présent travail porte sur l'importance du capital humain et de la taxation dans la croissance économique. La taxation du capital ou du travail, et les effets de redistribution ou de distorsion qu'elle engendre sur la répartition des niveaux de vie, peut affecter directement le taux de croissance de long terme. Quant à la taxation du capital, elle revêt un caractère particulier, car elle peut décourager l'investissement et la croissance. Des auteurs ont montré qu'un effet négatif de cette taxation sur la croissance peut être évité, si les recettes fiscales sont réinvesties dans le secteur de l'éducation (Greiner, 2008). L'intérêt de cet investissement public est qu'il encourage la formation du capital humain qui est un des éléments clé de la croissance. Mais, favoriser la croissance[1] par le biais de la taxation peut engendrer des inégalités entre les agents, et l'Etat devra alors faire des arbitrages.

Concernant la taxation des revenus salariaux, il est prouvé que l'hétérogénéité du facteur travail joue un rôle important dans la croissance économique (Greiner, 2008). En effet, la répartition des salaires entre les travailleurs qualifiés et les travailleurs non qualifiés peut être inégale, ce qui reflète des conditions sociales défavorables à la croissance. L'investissement dans le capital humain devient alors nécessaire pour réduire les inégalités et stimuler la croissance. Signalons, à ce propos, le paradoxe suivant, attesté par de nombreuses analyses empiriques : un Etat qui veut une croissance forte doit investir dans le capital humain en soutenant, notamment, l'offre de travail qualifié dans les secteurs de l'éducation et de la formation. Mais, si le salaire relatif des travailleurs qualifiés augmente pour n'importe quelle raison, alors l'investissement éducatif tend à diminuer, ce qui peut biaiser la croissance. En d'autres termes, encourager continuellement la formation du capital humain dans le secteur éducatif peut, à la longue, conduire à une baisse des investissements dans ce même secteur.

[1] Un enrichissement remarquable des problématiques de la croissance a vu le jour, avec les modèles fondés sur l'accumulation du capital humain et qui prennent compte des inégalités de revenus (Durlauf, 1996 ; Fernandez et Rogerson, 1995 ; Fender et Wang, 2003 ; Jacoby et Skoufias, 1997 ; Perotti, 1996) et leurs interactions avec la croissance (Glomm et Ravikumar, 1992 ; Bénabou, 1996a, 1996b; Lucas, 1993).

Des explications sont données à ce phénomène. Ainsi, pour certains auteurs comme Eicher (1996), c'est à l'issue d'un saut technologique que l'offre de travail quitte le secteur éducatif, pour s'orienter vers les secteurs de production. L'offre de travail qualifié dans l'éducation se réduit, à cause des opportunités plus grandes que présente le secteur productif de biens. Dans ce cas, il faut que l'Etat intervienne pour soutenir le secteur éducatif, et cette intervention peut être financée par la fiscalité sur le travail qualifié et le travail non qualifié, ainsi que sur le capital. Ainsi, l'accumulation du capital humain est fondamentale pour une croissance économique forte (Beauchemin, 2001), Krueger et Lindhal (2001), Blankenau et Simpson (2004).

Conformément aux travaux de Corsetti et Roubini (1996), Benabou (2002) et Greiner, (2008), ce papier montre l'effet de la nature du prélèvement fiscal sur la croissance à long terme et sur le bien-être des ménages, sachant que ceux-ci offrent un travail qualifié et un travail non qualifié. L'Etat doit arbitrer entre la réduction des inégalités de revenus salariaux et de revenus du capital, et la croissance à long terme, fondée sur l'accumulation de capital humain.

Le plan de présentation est le suivant : dans la section 1, nous modélisons le comportement des agents. La section 2 pose les modes d'accumulation du capital humain et les conditions d'équilibre budgétaire. Dans la section 3, l'impact des mesures fiscales sur la croissance est présenté, et nous discutons dans la section 4 des effets de variations des taux d'imposition sur les inégalités de revenus nets et sur le bien-être des ménages. La conclusion suit cette dernière section.

1. Modélisation du comportement des agents

A partir des différences de qualification entre les agents économiques, cette étude développe un modèle de croissance endogène qui généralise celui de Greiner (2008). A partir de là, elle mesure les effets des politiques fiscales sur le sentier de croissance équilibrée et sur le bien-être. Le modèle permet de tenir compte du rôle de l'élasticité de substitution technique dans la croissance et la fiscalité.

1.1 L'offre de travail

L'étude s'appuie sur une économie composée d'un agent représentatif des ménages, d'une entreprise productive des biens et de l'Etat. Les ménages sont composés de deux groupes : ceux qui offrent un travail qualifié en quantité *L* et ceux qui offrent un travail non qualifié en quantité *N*.

Le programme est de l'agent représentatif du groupe j, $(j = L, N)$ est :

$$\max \int_0^\infty \frac{C_{jt}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt . \qquad (1)$$

L'utilité intertemporelle du groupe j, supposée isoélastique, est dérivée de la consommation C_{jt}, et ρ est le taux d'escompte subjectif. Le paramètre σ est l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle, avec : $\rho > 0$ et $\sigma > 0$. Le consommateur maximise son utilité.

La contrainte budgétaire du groupe j est[2] :

[2] Nous omettons l'indice temporel t.

$$(1-\tau_K)rK_j + (1-\tau_j)w_j j + \chi(j)P = \dot{K}_j + C_j \,. \quad (2)$$

avec $j = L, N$ et $\chi(j) = 0$ si $j = L$; $\chi(j) = 1$ si $j = N$.

Le groupe j détient un stock de capital K_j, et paye une taxe sur le revenu du capital, au taux τ_j. Les coefficients r et w représentent respectivement le taux d'intérêt et le taux de salaire. La condition de transversalité est supposée vérifiée : $\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} K_j = 0$, pour $j = L, N$.

Le Hamiltonien est :

$$H = e^{-\rho t}(C_j^{1-\sigma} - 1)(1-\sigma)^{-1} + \mu[(1-\tau_K)rK_j + (1-\tau_j)w_j L_j + \chi(j)P - C_j] \qquad (3)$$

μ est le multiplicateur.

Les conditions d'optimalité sont[3] :

$$\frac{\partial H}{\partial C_j} = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu_t} = 0 \qquad (4\text{ a})$$

$$\dot{\mu}_t = -\frac{\partial H}{\partial K_j} \qquad (4\text{ b})$$

La condition de transversalité est supposée vérifiée : $\lim_{t\to\infty} \mu_t K_j / C_j = 0$

A partir des équations (4) - (4 b), on trouve :

$$e^{-\rho t} C_j^{-\sigma} = \mu \qquad (5)$$

$$(1-\tau_K)rK_j + (1-\tau_j)w_j L_j + \chi(j)P - C_j = 0 \qquad (6)$$

$$\dot{\mu} = -\mu\, r(1-\tau_k)\,. \qquad (7)$$

En posant $\mu = \lambda\, e^{-\rho t}$, cela donne, $\dot{\mu} = \dot{\lambda}\, e^{-\rho t} - \lambda\, \rho e^{-\rho t}$, ce qui permet de réécrire l'équation (7) de la façon suivante : $\dot{\lambda}\, e^{-\rho t} - \lambda\, \rho e^{-\rho t} = -\lambda e^{-\rho t} r(1-\tau)$ c'est-à-dire :

$$\dot{\lambda} = \lambda\, \rho - \lambda r(1-\tau) \qquad (8)$$

$$C_j^{-\sigma} = \lambda_t\,. \qquad (8\text{ a})$$

En posant, grâce à cette dernière équation, il vient : $\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\sigma \frac{\dot{C}_j}{C_j}$, nous trouvons alors :

$$\frac{\dot{C}_j}{C_j} = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{(1-\tau_k)}{\sigma} r\,, \quad j = L, N\,. \qquad (8\text{ b})$$

Sachant que la consommation totale est $C = C_l + C_n$, nous avons aussi :

$$\frac{\dot{C}}{C} = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{(1-\tau_k)}{\sigma} r\,. \qquad (8\text{ c})$$

[3] Le point sur une variable indique qu'on la dérive par rapport au temps.

1.2 Le secteur de production

La fonction de production de la firme représentative est une fonction CES :

$$Y = [(1-s)K^{-\delta} + sT^{-\delta}]^{-\frac{1}{\delta}} . \qquad (9)$$

L'élasticité de substitution entre le capital (K) et le travail (T), est : $E_{K,T} \equiv 1/(1+\delta)$.

Le travail total T, tel qu'il entre dans la production, est donné par :

$$T = [\lambda_1 (h_c L_d)^{-\theta} + \lambda_2 (\xi h_c N)^{-\theta}]^{-\frac{1}{\theta}} . \qquad (10)$$

Il représente donc une combinaison entre le travail qualifié L et celui non qualifié, N. La variable h_c représente le capital humain par tête, et le paramètre ξ (strictement compris entre zéro et l'unité) mesure l'effet externe du capital humain sur la production. L'élasticité de substitution entre le travail qualifié et le travail non qualifié est : $E_{L,N} \equiv 1/(1+\theta)$ et l'on a : $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$.

Nous posons, pour simplifier la présentation : $T = h_c W^{-\frac{1}{\theta}}$ avec $W = \lambda_1 L_d^{-\theta} + \lambda_2 (\xi N)^{-\theta}$

Remarquons que lorsque le paramètre δ tend vers zéro, la fonction de production devient une fonction Cobb-Douglas, de la forme : $Y = K^{1-s}T^s$, telle qu'utilisée dans le modèle de Greiner (2008).

En maximisant le profit de l'entreprise représentative, sachant que le taux d'intérêt, le taux de salaire pour le travail qualifié et le travail non qualifié sont respectivement r, w_L et w_N, nous obtenons les relations suivantes :

$$w_L = s\lambda_1 h_c^{-\delta} L_d^{-\theta-1} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} [(1-s)K^{-\delta} + sT^{-\delta}]^{-\frac{1}{\delta}-1} \qquad (11)$$

$$w_N = s\lambda_2 \xi^{-\theta} h_c^{-\delta} N^{-\theta-1} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} [(1-s)K^{-\delta} + sT^{-\delta}]^{-\frac{1}{\delta}-1} \qquad (11a)$$

$$r = (1-s)K^{-\delta-1}[(1-s)K^{-\delta} + sT^{-\delta}]^{-\frac{1}{\delta}-1} . \qquad (12)$$

Nous notons par L, le travail qualifié total disponible dans l'économie, dont une part u, est utilisée dans le secteur productif, et le reste, dans le secteur de la formation du capital humain. L'équilibre sur le marché du travail qualifié requiert que l'on ait : $L_d = uL$.

Le travail qualifié est constitué de $(1-u)L$ formateurs, de S individus en formation, et de uL travailleurs. Nous faisons l'hypothèse, qu'à chaque période, le nombre d'individus en formation qui passent dans le secteur productif, correspond au nombre de nouveaux entrants dans le secteur de la formation. Pour maintenir constant le nombre de personnes qualifiées dans les deux secteurs, nous faisons l'hypothèse que le flux de nouveaux entrants dans le secteur productif correspond à celui des nouveaux retraités.

2. L'accumulation du capital humain et les conditions d'équilibre budgétaire

Nous considérons que l'évolution du capital humain est régie par l'équation différentielle :

$$\dot{h}_c = \bar{\eta}[(1-u)h_c L]^{\gamma} G_e^{1-\gamma} \qquad (13)$$

Cette expression généralise le modèle de Lucas (1988), si l'on pose γ = 1.

G_e représente les dépenses publiques affectées au secteur de la formation, $\bar{\eta}$ est un paramètre technologique positif, rapporté au nombre des individus en formation, et γ est l'élasticité de la formation du capital humain, par rapport au nombre de formateurs. L'Etat reçoit les impôts sur le capital et sur le travail, fait des dépenses non productives, d'un montant *G*, paie les formateurs, effectue des transferts *P* au profit des ménages non qualifiés. Il affecte aussi une partie de ses ressources au secteur de la formation. La contrainte budgétaire est donc :

$$\tau_L w_L L + \tau_N w_N N + \mu\, \tau_K r K + (1-u)\tau_L w_L L = R = G + (1-u) w_L L + P + G_e \qquad (14)$$

A la suite de Greiner, nous supposons que les dépenses *G* représentent une part $(1-\omega)$ des recettes fiscales, avec $0 < \omega < 1$.

Les transferts sont aussi considérés comme une fraction *p* des recettes fiscales, et seule une partie μ des impôts sur le capital sera utilisée pour ces transferts :

$$P = p(\tau_L w_L L + \tau_N w_N N + \tau_K r K \mu). \qquad (15)$$

3. Impacts de la fiscalité sur la croissance

3.1 Les conditions d'une croissance équilibrée

Les conditions d'une allocation optimale supposent que tous les agents ont atteint leur équilibre. La contrainte de ressource globale dans l'économie est donnée par[4] :

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{Y}{K} - \frac{C}{K} - \frac{G_e}{K} - (1-\omega)\frac{R}{K}. \qquad (16)$$

En utilisant les équations (8b), (12) et (13), nous voyons que l'économie est régie par le système suivant:

$$\frac{\dot{C}_j}{C_j} = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}(1-\tau_k)(1-s)[1-s+s\frac{h_c^{-\delta}}{K^{-\delta}}W^{\frac{\delta}{\theta}}]^{-\frac{1}{\delta}-1}. \qquad (17)$$

$$\frac{\dot{h}_c}{h_c} = \frac{\eta}{S}[(1-u)L]^{\gamma}\frac{G_e^{1-\gamma}}{h_c^{1-\gamma}}. \qquad (18)$$

Nous définissons les variables : $c = \frac{C}{K}$ et $h = \frac{h_c}{K}$ et cherchons un système d'équations différentielles qui relie ces deux variables. Les solutions du système permettent de saisir la dynamique de croissance autour de l'équilibre.
Il est possible de montrer que[5]:

$$\dot{c} = c^*\left[-\frac{\rho}{\sigma} + (1-\varpi)\frac{R}{K} + \Omega_2^{-\frac{1}{\delta}-1}[\frac{(1-\tau_k)(1-s)}{\sigma} + \Omega_1 - \Omega_2] + c\right] \qquad (19)$$

$$\dot{h} = h^*\left[\frac{\eta}{S}((1-u)L)^{\gamma}\Omega_2^{(\gamma-1)(\frac{1}{\delta}+1)}\Omega_1^{1-\gamma}h^{\gamma-1} + \Omega_2^{-\frac{1}{\delta}-1}(\Omega_1 - \Omega_2) + (1-\varpi)\frac{R}{K} + c\right] \qquad (20)$$

avec

$$\Omega_1 = \tau_k(1-s)(\varpi - p\mu) + sh^{-\delta}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}\left(\lambda_1 u^{-\theta-1}L^{-\theta}[\tau_L(\varpi-p)-(1-u)] + \lambda_2\tau_N(\varpi-p)N^{-\theta}\right) \qquad (21)$$

$$\Omega_2 = 1-s+sh^{-\delta}W^{\frac{\delta}{\theta}}. \qquad (22)$$

---

[4] Voir la preuve en annexe
[5] Voir la preuve en annexe

Proposition 1: Si $1-s(1+\delta)\geq 0$, alors il existe un unique sentier de croissance équilibrée, qui est un point selle stable.

La preuve est donnée en annexe. Cette proposition montre que la stabilité de la croissance est liée au paramètres technologiques que sont *s* et δ. Si ce dernier tend vers *0,* les facteurs seront parfaitement substituables, et le coefficient s coïnciderait avec la part du travail total dans le produit. Il est évident que la condition d'existence est vérifiée dans ce cas, car elle se réduit à l'expression : $1-s\geq 0$, ce qui est vérifié avec une fonction Cobb-Douglas.

Dans la section qui suit, nous déterminons les impacts de la fiscalité sur le taux de croissance.

3.2 Croissance et fiscalité

L'effet d'une variation du taux de taxation du travail sur le taux de croissance d'équilibre peut être saisi en dérivant l'expression de $\dot{C}/C$ donnée par l'équation

(8 c) :

$\frac{\partial g}{\partial \tau_j}=\frac{(1-\tau_k)}{\sigma}\frac{\partial r}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial \tau_j}$, avec *j = L, N*. Comme $\frac{\partial r}{\partial h}\geq 0$, l'effet va dépendre du signe de $\frac{\partial h}{\partial \tau_k}$.

Pour connaître ce dernier, nous dérivons implicitement l'expression *q(h) = 0,* ce qui donne : $\frac{\partial h}{\partial \tau_k}=-\frac{\partial q}{\partial \tau_k}/\frac{\partial q}{\partial h}$.

Or, nous avons montré que $\frac{\partial q}{\partial h}<0$, et l'on a :

$$\frac{\partial q}{\partial \tau_L}=(1-\gamma)Ar^{1-\gamma}\Omega_1^{-\gamma}h^{\gamma-1}s\lambda_1(\omega-p)h^{-\delta}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}u^{-\theta-1}L^{-\theta} \text{ et}$$

$$\frac{\partial q}{\partial \tau_N}=(1-\gamma)Ar^{1-\gamma}\Omega_1^{-\gamma}h^{\gamma-1}s\lambda_2(\omega-p)h^{-\delta}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}\xi^{-\theta}N^{-\theta}.$$

On en déduit la proposition suivante.

Proposition 2 : Le taux de croissance équilibrée et le taux de taxation du travail varient dans le même sens (resp. en sens contraire) si l'expression $\omega-p$ est positive (resp. négative).

Ainsi, l'augmentation du taux de taxation du travail accroît le taux de croissance d'équilibre, si la part de ses ressources que l'Etat affecte à des dépenses productives excède celle qu'il consacre aux transferts sociaux.

Le rapport $\left|\frac{\partial g}{\partial \tau_L}/\frac{\partial g}{\partial \tau_N}\right|$ est égal au rapport du salaire payé pour le travail qualifié sur celui du travail non qualifié, et il est égal à : $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{1}{u}\left(\frac{uL}{\xi N}\right)^{-\theta}$.

Posons : $E_{h,\tau_k}=\frac{\partial h}{\partial \tau_k}\frac{\tau_k}{h}$, $E_{h,u}=\frac{\partial h}{\partial u}\frac{u}{h}$ et $E_{W,u}=\frac{\partial W}{\partial u}\frac{u}{W}$, on a la proposition suivante.

Proposition 3 : Un accroissement (une réduction) de la taxe sur le revenu du capital accroît (réduit) le taux de croissance équilibrée si l'élasticité du capital humain par unité de capital, E_{h,τ_k} est supérieure (inférieure) à : $\frac{\tau_k}{1-\tau_k}\frac{1}{1+\delta}\frac{1}{e}$.

De même, supposons que l'augmentation du travail qualifié dans le secteur de la formation accroît la part relative du capital humain, par rapport au capital physique, alors $E_{W,u} \leq \theta E_{h,u}$.

Preuves : En différenciant l'égalité : $g = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{(1-\tau_k)r}{\sigma}$, on trouve :
$\frac{\partial g}{\partial \tau_k} = -\frac{r}{\sigma} + \frac{(1-\tau_k)(1+\delta)r}{\sigma} sh^{-\delta-1} W^{\frac{\delta}{\theta}} \Omega_2^{-1} \frac{\partial h^*}{\partial \tau_k}$ et l'inégalité s'en déduit, car $sh^{-\delta} W^{\frac{\delta}{\theta}} \Omega_2^{-1} = e$.

On a aussi : $\frac{\partial g}{\partial u} = \frac{(1-\tau_k)(1+\delta)(\Omega_2 + s - 1)r}{\sigma\theta\Omega_2 u}(-\frac{1}{\theta u} E_{W,u} + \frac{1}{h^*}\frac{\partial h^*}{\partial u})$.

Il apparaît ainsi que, non seulement il existe un taux de taxation qui permet de maximiser le taux de croissance, mais que ce taux dépend étroitement des paramètres de la fonction de production.

Ainsi, si l'on connaît les valeurs de e et E_{h,τ_k} , dans l'hypothèse où cette dernière est indépendante de τ_k, alors, le taux de taxation du capital qui conduit à maximiser le taux de croissance économique est $\tau_k^* = \frac{(1+\delta)eE_{h,\tau_k}}{1+(1+\delta)eE_{h,\tau_k}}$.

Si l'Etat veut mener une politique fiscale devant conduire à un taux de croissance économique maximal, en faisant varier le taux d'imposition du capital, il lui faut tenir compte de l'importance du degré de substituabilité des facteurs travail et capital. Comme nous pouvons le voir, plus l'élasticité de substitution est élevée, plus le taux de taxation du revenu du capital qui maximise le taux de croissance est faible.

3.3 Exemple numérique

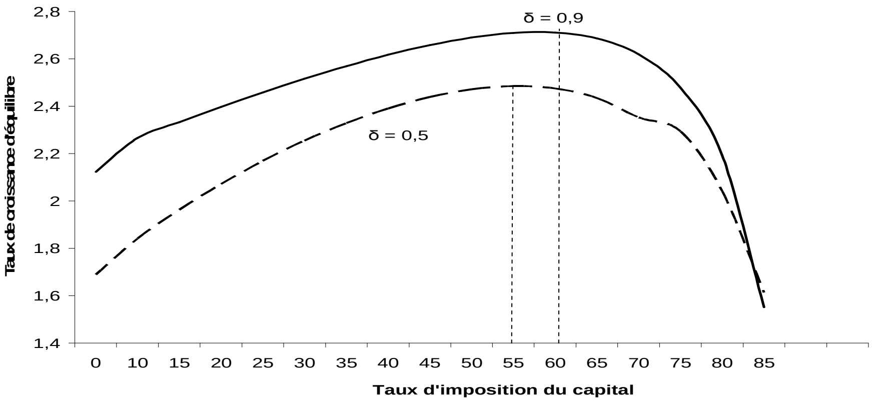
Pour confirmer les résultats analytiques auxquels nous sommes parvenus dans les sections précédentes, nous choisissons différentes valeurs pour les paramètres qui interviennent dans le modèle. Le tableau suivant résume ces valeurs.

Tableau 1 : Les valeurs des paramètres

Temps de travail qualifié consacré à la production de bien, u	0,8
Part du travail dans le produit global, s	0,4
Taux d'imposition du capital, τ_K	de 0 à 0,85
Part des recettes consacrées aux dépenses publiques, 1-ω	0,25
Part de l'impôt total consacrée aux transferts publics, p	0,02
Part de l'impôt sur le capital utilisée les transferts, μ	0,5
Taux d'imposition du travail qualifié τ_L	0,3
Taux d'imposition du travail non qualifié τ_N	0,25
Autres paramètres :	λ_1= 0,5 ; λ_2 = 0,5, ξ=0,1 ; σ = 0,9 ; θ= 0,4 ; δ = 0,5 et 0,9

En faisant varier le taux d'imposition du capital ainsi que le paramètre technologique δ de 0,5 à 0,9, nous obtenons la figure suivante :

Graphique 1 : La courbe de Laffer



Les taux d'imposition du capital qui maximisent le taux de croissance d'équilibre sont respectivement 55% et 60% pour une élasticité de substitution égale à 0,667 (avec δ = 0,5) ou égale à 0,527 (avec δ = 0,9). Le taux de croissance d'équilibre passe de 2,48 à 2,71%. Ceci montre que pour favoriser la croissance par la fiscalité sur le capital, l'Etat doit tenir compte suffisamment du paramétre technologique que constitue l'élasticité de substitution.

4. Inégalité des revenus et bien-être

Cette section s'intéresse aux effets de la fiscalité sur les inégalités de revenus et sur le bien-être, mesuré par le niveau d'utilité atteint, à chaque période, par les ménages.

4.1 Effets sur la répartition des revenus

Notons par α la part du stock de capital détenue par les ménages qui offrent le travail qualifié : $\alpha = K_l/K$. Les revenus après impôts de chaque type de travailleurs sont :

$$X_L = (1-\tau_k)\alpha rK + (1-\tau_L)w_L L$$

$$X_N = (1-\tau_k)(1-\alpha)rK + (1-\tau_N)w_N N + p\tau_N w_N N + \tau_L w_L L + \mu\tau_k rK \,.$$

En utilisant les équations (11) et (11a) qui donnent w_N et w_L , nous pouvons montrer que le revenus net relatif des ménages qualifiés est :

$$\beta = \frac{X_L}{X_N} = \frac{\alpha(1-\tau_k) + (1-\tau_L) f_1\ (h)}{(1-\alpha)(1-\tau_k) + (1-\tau_N + p\tau_N) f_2\ (h) + p\tau_L f_1\ (h) + p\mu\tau_K} \,. \qquad (23)$$

avec[6] $f_1\ (h) = \frac{s}{1-s}\lambda_1 h^{-\delta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} u^{-\theta-1} L^{-\theta} r$ et $f_2\ (h) = \frac{s}{1-s}\lambda_2 h^{-\delta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} \xi^{-\theta} N^{-\theta} r$.

En utilisant l'indice de Theil, noté *Th*, pour mesurer les inégalités, nous pouvons trouver que[7] :

[6] Voir annexes

$$Th = 2\ln 2 + \frac{2\beta}{1+\beta}\ln\beta - 2\ln(1+\beta), \qquad (24)$$

donc $\frac{\partial Th}{\partial \tau_k} = \frac{2\ln\beta}{1+\beta}\frac{\partial\beta}{\partial\tau_k}$, d'où la proposition suivante.

Proposition 4 : S'il n'y a pas de transferts, c'est-à-dire, *p* = 0, alors un accroissement du taux de taxation du capital réduit (accroît) les inégalités de revenu total net si l'on a : $\frac{\alpha}{1-\alpha} > \frac{1-\tau_L}{1-\tau_N}\frac{w_L L}{w_N N}$.

Le signe de $\frac{\partial\beta}{\partial\tau_k}$ correspond à celui de l'expression :

$(1-\alpha)(1-\tau_L) f_1(h) - \alpha(1-\tau_N) f_2(h)$.

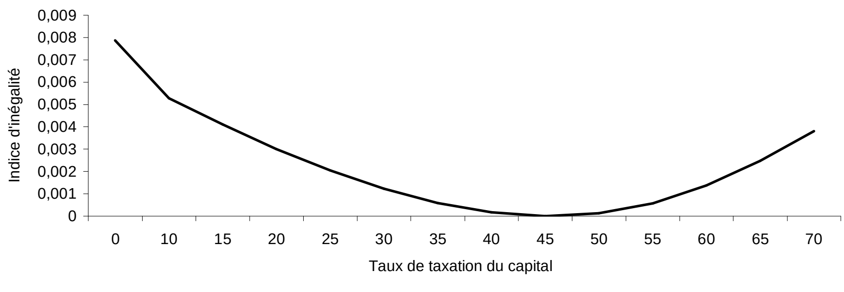
Ainsi, l'inégalité baisse, si les conditions suivantes sont vérifiées : $\frac{\alpha}{1-\alpha} > \frac{1-\tau_L}{1-\tau_N}\frac{f_1(h)}{f_2(h)}$ et $\beta > 1$, car dans ce cas, $\ln\beta > 0$ comme le rapport $f_1(h)/f_2(h)$ est équivalent à celui des revenus salariaux nets, cette dernière inégalité s'écrit : $\frac{\alpha}{1-\alpha} > \frac{1-\tau_L}{1-\tau_N}\frac{w_L L}{w_N N}$.

Ainsi, en l'absence de transferts, un accroissement du taux de taxation du capital réduit les inégalités de revenu net, si la part des ménages qualifiés dans le capital dépasse leur part relative dans les salaires nets.

De même, nous trouvons que le signe de $\partial\beta / \partial\tau_L$ dépend de celui de l'expression : $-(1-\alpha+p\alpha)(1-\tau_k) - (1-\tau_N + p\tau_N) f_2(h) - pf_1(h) - p\mu\tau_K$ qui est négatif.

L'expression $\partial\beta / \partial\tau_N$ est toujours positive, car ayant le même signe que $f_2(h)(1-p)$. Ainsi, augmenter le taux de taxation du revenu salarial des ménages offrant le travail qualifié réduit naturellement les inégalités de revenus nets. De même, accroître le taux d'imposition du salaire des ménages qui offrent le travail non qualifié risque d'augmenter les inégalités.

Graphique 2 : Effets de la taxation du capital sur l'inégalité



En fixant la part des ménages qualifiés dans le capital global à 70 %, l'inégalité tend à diminuer à mesure que le taux de taxation augmente, et la distribution devient parfaitement égalitaire, si le taux devient égal à 45 %. Notons que ce taux est plus petit que le taux qui maximise le taux de croissance économique. A partir du moment où le taux de taxation dépasse ce taux minimal, l'inégalité s'accentue en défaveur des ménages qui offrent le travail qualifié.

4.2 Effets sur le bien-être

Le bien-être est mesuré, pour le groupe de ménages j (= L ou N) par :

$$B_j = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{C_j^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt = \int_0^\infty \frac{e^{-\rho t}}{1-\sigma} [C_j(0) e^{gt}]^{1-\sigma} dt - \int_0^\infty \frac{e^{-\rho t}}{1-\sigma} dt .$$

Si la condition suivante : $\rho - (1-\sigma) g > 0$, permettant la convergence de l'intégrale, est vérifiée, et si l'économie est sur le sentier de croissance équilibrée, alors le bien-être vaut :

$$B_j = \frac{1}{(1-\sigma)} [\frac{C_j(0)^{1-\sigma}}{\rho - g(1-\sigma)} - \frac{1}{\rho}] . \qquad (25)$$

Les valeurs initiales des consommations déduites des contraintes budgétaires des ménages, données par l'équation (2), correspondent à :

$$C_L(0) = K_L(0) \left[r(1-\tau_k) - g + s\lambda_1 h(0)^{-\delta} u^{-\theta-1} L^{-\theta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} \frac{r}{1-s} (1-\tau_L) \right] \text{ et}$$

$$C_N(0) = K_N(0) \left[r(1-\tau_K) - g + s\lambda_2 h(0)^{-\delta} \xi^{-\theta} N^{-\theta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} \frac{r}{1-s} (1-\tau_N) \right] + P ,$$

le transfert P est donné par l'équation (15).

Notons $E_{C_j,\tau}$ l'élasticité de la consommation du groupe j, par rapport au taux de taxation τ (du travail ou du capital) alors, on a :

Proposition 5 : Pour qu'une augmentation d'un taux de taxation, affectant positivement le taux de croissance équilibrée, puisse conduire à un accroissement du bien-être des ménages du groupe *j*, il faut que l'on ait : $\frac{\partial g}{\partial \tau} > -(\rho - g(1-\sigma)) E_{C_j,\tau}$.

Nous avons mis en évidence les conditions d'augmentation du taux de croissance dans les propositions (2) et (3).

Preuve : En différentiant B_j, nous voyons que :

$$\frac{\partial B_j}{\partial \tau} = \frac{C_j(0)^{1-\sigma}}{[\rho - g(1-\sigma)]^2} \frac{\partial g}{\partial \tau} + \frac{C_j(0)^{-\sigma}}{\rho - g(1-\sigma)} \frac{\partial C_j(0)}{\partial \tau},$$ ce qui montre que $\frac{\partial B_j}{\partial \tau} > 0$ si :

$C_j \frac{\partial g}{\partial \tau} > -(\rho - g(1-\sigma)) \frac{\partial C_j}{\partial \tau}$, d'où la proposition.

Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié un modèle de croissance endogène où les ménages offrent du travail qualifié et du travail non qualifié, payent des taxes sur leur capital et sur leurs revenus salariaux. La dynamique de croissance est assurée par l'accumulation du capital humain qui dépend des dépenses publiques d'éducation. Les effets des politiques fiscales sur la croissance à long terme et le bien-être sont analysés. Nous avons développé le modèle en faisant ressortir l'importance des paramètres de production, notamment, l'élasticité de substitution entre le capital et le travail.

Le travail qualifié disponible dans l'économie est utilisé, à la fois, dans le secteur productif et dans le secteur éducatif où se forme le capital humain. L'accumulation du capital humain requiert l'intervention de l'Etat, par le biais de dépenses d'éducation qui sont financées par des impôts sur le capital et sur le travail. Nous avons montré comment les conditions d'existence d'un sentier de croissance équilibrée dépendent des paramètres technologiques, et quelles sont les conditions nécessaires pour que la politique fiscale affecte positivement la croissance économique. A cet effet, l'augmentation du taux de taxation du travail accroît le taux de croissance d'équilibre, si la part de ses ressources que l'Etat affecte à des dépenses productives excède celle qu'il consacre aux transferts sociaux.

Si l'Etat veut mener une politique fiscale devant conduire à un taux de croissance économique maximal, en faisant varier le taux d'imposition du capital, il lui faut tenir compte de l'importance du degré de substituabilité des facteurs travail et capital. En effet, il est prouvé que, plus l'élasticité de substitution est élevée, plus le taux de taxation du revenu du capital maximisant le taux de croissance est faible.

Par ailleurs, cette étude s'est aussi intéressée aux conséquences de la fiscalité sur les inégalités de revenus et sur le bien-être des ménages, à chaque période. En utilisant l'indice de Theil, elle a prouvé qu'en l'absence de transferts sociaux, il est possible de réduire les inégalités de revenus nets totaux par un accroissement du taux de taxation du capital, si la part des ménages qualifiés dans le capital total, dépasse leur part dans les salaires nets distribués. De même, accroître le taux d'imposition sur le salaire des ménages qui offrent le travail non qualifié risque d'augmenter les inégalités. Enfin, elle a établi que les résultats d'une politique fiscale visant à accroître le bien-être des ménages, sont étroitement liés aux propriétés techniques et aux paramètres du bien-être des ménages.

Références bibliographiques

Aghion, P. and Howitt, P. 1992. A model of growth through creative destruction. *Econometrica*, 60 : 323-51.

Beauchemin, K.R.2001. Growth or stagnation? The role of public education. *Journal of Development Economics*, 64 : 389–416.

Bénabou, R.1996a. Equity and efficiency in human capital investment: The local connection. *Review of Economic Studies*, 63 : 237–264.

__________1996b. Inequality and Growth. NBER Macroeconomics Annual. MIT Press, Cambridge, MA, pp. 11–74.

__________ 2002. Tax and education policy in a heterogenous-agent economy: What levels of redistribution maximize growth and welfare. *Econometrica*, 70 : 481–519.

Blankenau, W.F. et Simpson, N. B. 2004. Public education, expenditures and growth. *Journal of Development Economics*, 73 : 583–605.

Corsetti, G., Roubini, N. 1996. Optimal government spending and taxation in endogenous growth models. NBER Working paper 5851.

Durlauf, S. 1996. « A Theory of Persistent Income Inequality », *Journal of Economic Growth*, 1:75-93.

Eicher, T. 1996. Interaction between Endogenous Human Capital and technological Change. *Review of Economic Studies*, 63: 127-144.

Glomm, G. et Ravikumar, B. 1992. Public versus private investment in human capital: Endogenous growth and income inequality. *Journal of Political Economy*, 100 : 818–834.

Fernandez, R., Rogerson, R. 1995. On the political economy of education subsidies. *Review of Economic Studies*, 62 : 249–262.

Fender, J, Wang, P. 2003. Educational Policy in a credit Constrained Economy with Skill Heterogeneity. *International Economic Review*, University of Pennsylvania and Osaka , 44(3) : 939-964.

Greiner, A. 2008. Fiscal policy in an endogenous growth model with human capital and heterogenous agents, *Economic Modelling*, 25 : 643 – 657.

Grossman, G. M. & Helpman, E. 1991.Quality ladders in the theory of growth. *Review of Economic Studies*, 58 : 43-61.

Jacoby, H., Skoufias, E. 1997. Risk, Financial Markets, and Human Capital in a Developing Country; *Review of Economic Studies*, 64: 311-335.

Krueger, A.B., Lindahl, M. 2001. Education for growth: why and for whom? *Journal of Economic Literature*, 39 : 1101–1136.

Lucas, R. E.1988. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22 : 3-42.

________ 1993. Making a miracle. *Econometrica*, 61 : 251-272.

Perotti R. 1996. Growth, Income Distribution and Democracy : What the Data Say *Journal of Economic Growth*, 1 : 149-187.

Romer, P. M. 1986. Increasing returns and long run growth. *Journal of Political Economy,* 94 : 1002-1038.

______1990. Endogeneous technological change. J*ournal of Political Economy,* 98 : 71-103.

Segerstrom, P.S., Anant, T.C.A. and Dinopoulous, E. 1990. "A Schumpeterian Model of the Product Life Cycle. *American Economic Review,* 80 : 1077–1091.

Segerstrom, P. S. 1991. "On the feasibility of maximal collusion," *Journal of Economic Theory*, Elsevier, 54(1) : 234-238.

Stokey, N.L. 1991. Human Capital, Product Quality, and Growth. *The Quarterly Journal of Economics,* 106(2) : 587-616.

Annexes

A1. Preuve de l'équation (16)

On a $G_e = \omega R - p(\tau_L w_L L + \tau_N w_N N + \mu\tau_K rK)-(1-u)w_L L$, à partir de (14). La combinaison des contraintes des ménages et de l'Etat donne :

$$(1-\tau_K)rK_L + (1-\tau_L)w_L L = \dot{K}_L + C_L \qquad (16\text{ a})$$

$$(1-\tau_K)rK_N + (1-\tau_N)w_N N + P = \dot{K}_N + C_N \qquad (16\text{ b})$$

En sommant, membre à membre, et en remarquant que K = $K_L + K_N$ et C = $C_L + C_N$, nous pouvons écrire : $\dot{K} = (1-\tau_K)rK + (1-\tau_L)w_L L + (1-\tau_N)w_N N + P - C$.

En développant cette expression, et en appliquant la règle de l'épuisement du produit, c'est-à-dire : $Y = rK + w_L uL + w_N N$, nous trouvons :

$$\dot{K} = Y + (1-u)w_L L - \tau_K rK - \tau_L w_L - \tau_N w_N N + P - C \qquad (16\text{ c})$$

La contrainte de l'Etat permet d'écrire : $R = G + (1-u)w_L L + P + G_e$, c'est-à-dire : $P = \omega R - (1-u)w_L L - G_e$. Il suffit de remplacer cette expression de P dans (16 c), pour trouver l'équation (16).

A2. Preuve du système dynamique (19) et (20)

A partir de (11) et (12), on peut tirer :

$$w_L = Ks\lambda_1 h_c^{-\delta} u^{-\theta-1} L^{-\theta-1} W^{\frac{\delta}{\theta}-1}[1-s+sh_c^{-\delta} W^{\frac{\delta}{\theta}}]^{-\frac{1}{\delta}-1} \text{ et}$$

$$w_N = Ks\lambda_2 \xi^{-\theta} h_c^{-\delta} N^{-\theta-1} W^{\frac{\delta}{\theta}-1}[1-s+sh_c^{-\delta} W^{\frac{\delta}{\theta}}]^{-\frac{1}{\delta}-1} .$$

Or, $G_e = \omega R - p(\tau_L w_L L + \tau_N w_N N + \mu\tau_K rK) - (1-u)w_L L$, il suffit donc de remplacer les expressions de w_L et w_N dans celle de G_e et d'avoir :

$$\frac{G_e}{K} = \tau_K r(\omega - \mu p) + (\omega - p)\tau_L s\lambda_1 h^{-\delta} u^{-\theta-1} L^{-\theta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} \frac{r}{1-s} +$$

$$+(\omega - p)s\tau_N \lambda_2 \xi^{-\theta} h^{-\delta} N^{-\theta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} \frac{r}{1-s} - (1-u)s\lambda_1 h^{-\delta} L^{-\theta} W^{\frac{\delta}{\theta}-1} u]^{-\theta-1} \frac{r}{1-s}$$

$\frac{G_e}{K}$ peut donc d'écrire sous la forme : $\frac{G_e}{K} = \frac{r}{1-s}\Omega_1(h)$ avec $\Omega_1(h)$ donné par la relation (21).

Sachant que $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{K}}{K}$ et $\frac{\dot{h}}{h} = \frac{\dot{h}_c}{h_c} - \frac{\dot{K}}{K}$, en utilisant (16), ***(17) et (18),*** on trouve le système permettant de saisir la dynamique de croissance autour de l'équilibre, donné par les équations (19) et (20).

A3. Preuve de la Proposition 1

Pour montrer l'existence d'un point d'équilibre, définissons d'abord la fonction suivante :

$$q(h) = Ar^{1-\gamma}\Omega_1^{1-\gamma} h^{\gamma-1} + \frac{\rho}{\sigma} - \frac{(1-\tau_k)r}{\sigma} \text{ avec } A = \overline{\eta}\frac{((1-u)L)^{\gamma}}{(1-s)^{\gamma-1}} \text{ et}$$

$$r = (1-s)(1-s+sh^{-\delta} W^{\frac{\delta}{\theta}})^{-\frac{1}{\delta}-1}$$

Cette fonction est obtenue lorsque nous posons $\dot{c} = 0$ dans l'équation (19). Cela nous donne une expression de *c* en fonction de *h*, notée $c(h)$, et nous insérons cette expression dans l'équation (20) qui devient de la forme $\dot{h} = f(c(h)) = q(h)$.

Nous montrons maintenant qu'il existe un *h** tel que *q(h) = 0*, et pour cela, il faut prouver que la fonction, qui est décroissante de façon monotone, coupe l'axe des abscisses, tout en restant positif, lorsque *h* tend vers 0. En calculant sa dérivée, on trouve que la fonction *q(h)* est décroissante, tant que l'on a : $sh^{-\delta}W^{\frac{\delta}{\theta}}\Omega_2^{-1} \leq \frac{1}{1+\delta}$, c'est-à-dire, $e \leq \frac{1}{1+\delta}$: l'élasticité de la production par rapport au travail est inférieure à l'élasticité de substitution.

On sait que $sh^{-\delta}W^{\frac{\delta}{\theta}} = \Omega_2 - (1-s) > 0$, ce qui permet de réécrire la condition sous la forme : $1 - \frac{1-s}{\Omega_2} < \frac{1}{1+\delta}$, c'est-à-dire $1 - \frac{1}{1+\delta} < \frac{1-s}{\Omega_2} < 1$ et, donc, $\delta > -1$, ce qui est la condition de la concavité de la fonction de production.

On en déduit que *q(h)* est partout décroissante.

Lorsque que la fonction de production prend une forme Cobb-Douglas, alors cette inégalité devient naturellement vérifiée, car elle se transforme en : $s < 1$.

Il est aussi facile de voir que : $\lim_{h\to\infty} q(h) = -\frac{1-\tau_k}{\sigma(1-s)^{\frac{1}{\delta}}} < 0$, ce qui montre que $\lim_{h\to\infty} q(h) = -\infty$ si c'est une fonction Cobb-Douglas (δ tend vers zéro) car $1-s < 1$.

De même, on a : $\lim_{h\to 0} q(h) = +\infty$.

Cela signifie que la fonction *q(h)* ne rencontre l'axe des abscisses qu'une seule fois, et qu'il n'existe donc qu'un seul point h^* pour lequel elle s'annule.

Le Jacobien du système (19) et (20) est :

$$J = \begin{pmatrix} c^* & c^*(1+\delta)s(h^*)^{-1}\Omega_2^{-\frac{1}{\delta}-1}[\frac{(1-\tau_k)(1-s)}{\sigma} + \Omega_1 - \Omega_2] + c^*\delta\Omega_2^{-\frac{1}{\delta}-1}(h^*)^{-1}[s\Omega_2 - (h^*)^{-\delta}M] \\ \\ h^* & a_{22} \\ \end{pmatrix}$$

Il est obtenu en dérivant $\dot{c}$ et $\dot{h}$ par rapport à *c* et *h*.

En posant $M = s\lambda_1 u^{-\theta-1}L^{-\theta}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}[\tau_L(\varpi - p) - (1-u)] + s\lambda_2\tau_N(\varpi - p)N^{-\theta}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}$ (c'est-à-dire $\Omega_1 = \tau_k(1-s)(\omega - p\mu) + h^{-\delta}M$ et

$$a_{22} = \bar{A}(1-\gamma)(h^*)^{\gamma-1}\Omega_2^{-(\frac{1}{\delta}+1)(1-\gamma)}\Omega_1^{-\gamma}[s(1+\delta)\Omega_1 - \Omega_1 - \delta(h^*)^{-\delta}M] +$$

$$+(1+\delta)s\Omega_2^{-\frac{1}{\delta}-1}(\Omega_1 - \Omega_2) + \delta\Omega_2^{-\frac{1}{\delta}-1}[s\Omega_2 - (h^*)^{-\delta}M] \text{ où } \bar{A} = \frac{\eta}{S}((1-u)L)^{\gamma}$$

Le déterminant du Jacobien est :

$$Det(J) = -c^*\bar{A}(1-\gamma)(h^*)^{\gamma-1}\Omega_2^{-(\frac{1}{\delta}+1)(1-\gamma)}\Omega_1^{-\gamma}[\Omega_1(1-s(1+\delta)) + \delta(h^*)^{-\delta}M] - c^*s\frac{(1-\tau_k)}{\sigma}r.$$

Il est négatif sous la condition : $1-s(1+\delta)\geq 0$. La négativité du déterminant signifie que l'on est en présence d'un point selle. Puisque la trace est positive, on en déduit la Proposition 3.

A4. Preuve de la relation (23)

On a :

$$\beta=\frac{X_L}{X_N}=\frac{\alpha(1-\tau_k)+\frac{w_L}{K}L(1-\tau_L)}{(1-\tau_k)(1-\alpha)+\frac{w_N}{rK}N(1-\tau_K)+p(\frac{w_N}{rK}N\tau_N+\frac{w_L}{rK}L\tau_L+\mu\tau_k)},$$

or $\frac{w_L}{K}=s\lambda_1 h^{-\delta}u^{-\theta-1}L^{-\theta-1}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}\frac{r}{1-s}$ et $\frac{w_N}{K}=s\lambda_2 h^{-\delta}\xi^{-\theta}N^{-\theta-1}W^{\frac{\delta}{\theta}-1}\frac{r}{1-s}$, en remplaçant dans l'expression de β, on trouve la relation (23). Le numérateur de la dérivée de cette expression des revenus relatifs, par rapport au taux de taxation du capital, est

$$Num=-\alpha[(1-\alpha)(1-\tau_k)+(1-\tau_N+p\tau_N)f_2+p\tau_L f_1+p\mu\tau_K]+(1-\alpha)[\alpha(1-\tau_k)+(1-\tau_L)f_1]$$

ce qui se simplifie en $Num=-\alpha(1-\tau_N)f_2+(1-\alpha)(1-\tau_L)f_1$

A5. Preuve de l'expression de l'indice de Theil (24)

Si le niveau de vie est mesuré par y_i, l'indice est donnée par $Th=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{\bar{y}_i}\ln\frac{y_i}{\bar{y}_i}$.

Nous normalisons par le travail, en posant L = 1, et N = 1, ce qui signifie que toutes les variables seront exprimées par tête.

On a ainsi : $Th=\frac{2X_L}{X_L+X_N}\ln\left(\frac{2X_L}{X_L+X_N}\right)+\frac{2X_N}{X_L+X_N}\ln\left(\frac{2X_N}{X_L+X_N}\right)$,

ce qui donne $Th=2\ln 2+\frac{2\beta}{1+\beta}\ln\beta-2\ln(1+\beta)$, en posant $\beta=\frac{X_L}{X_N}$.